UNIVERSITÉ MOHAMMED V AGDAL
FACULTÉ DES SCIENCES

Année 2010-11
S2 - Master C2SI
Théorie des codes
Contrôle Final

Documents et calculatrices non autorisés. Durée 2 h 30

Exercice 1. *(3 points)*
On considère le [4, 2]-code de Hamming ternaire de matrice de contrôle

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Décoder par la méthode de syndrome le mot reçu 1211.

Exercice 2. *(3 points)*
Trouvez tous les codes linéaires cycliques ternaire de longueur 4 sur $\mathbb{F}_3$.

Exercice 3. *(2 points)*
Calculer le produit des polynômes $x^3 + x + 1$ et $x^5 + x^3 + x + 1$ en utilisant un registre à décalage.

Exercice 4. *(6 points)*
Soit C_1 un $[n, k_1, d_1]$ code linéaire sur le corps fini $\mathbb{F}$ et C_2 un $[n, k_2, d_2]$ code linéaire sur $\mathbb{F}$. On construit le code $C = \{(y; x + y) | x \in C_1, y \in C_2\}$.
a) Si C_1 est de matrice génératrice G_1 et C_2 est de matrice génératrice G_2, montrer que C est un $[2n, k_1 + k_2]$ code linéaire sur $\mathbb{F}$ de matrice génératrice

$$G = \begin{pmatrix} 0 & G_1 \\ G_2 & G_2 \end{pmatrix}$$

où 0 est la matrice nulle de taille $k_1 \times n$.
b) Montrer que la distance minimale de C est $d(C) = min(d_1, 2d_2)$.
c) On suppose que $d_1 > 2d_2$. Montrer que tous les mots du codes de poids minimal dans C sont de la forme $(y; y)$ où y est de poids minimal dans C_2.

Exercice 5. *(6 points)*
Soit m un mot non nul de $\mathbb{F}_q^n$ et soit C_m le sous-espace vectoriel de $\mathbb{F}_q^n$ engendré par la famille $\{\sigma^i(m) \mid i = 0, 1, \cdots, n - 1\}$.
1. Montrer que
(a) C_m est un code cyclique de longueur n.
(b) C_m est le plus petit code cyclique de longueur n sur $\mathbb{F}_q$ contenant le mot m.
(c) Le polynôme générateur du code C_m est le pgcd des polynômes $X^n - 1$ et $m(X)$.
2. Déterminer le polynôme générateur de C_m lorsque q = 3, n = 9 et m = 022011000.