



Documents non autorisés. Détaillez vos réponses.

Exercice 1.

1) Montrer que le code BCH au sens strict de longueur n de distance prescrite d est équivalent au code

$$C = \{c \in \mathbb{F}_q^n / \sum_{i=0}^{n-1} \frac{c_i}{x - \alpha^i} \equiv 0 \text{ mod } x^{d-1}\}$$

où α est une racine n ème de l'unité dans une extension du corps \mathbb{F}_q^n .

2) Quelle relation y a-t-il entre la classe des codes BCH et la classe des codes Goppa ?

3) Montrer que le code de Goppa $\Gamma(L, G)$ de longueur n avec $G(x)$ de degré s a pour paramètres $[n, n - ms, \geq s + 1]$ où m est un entier à préciser.

4) Soit α l'élément primitif de \mathbb{F}_{2^4} vérifiant $\alpha^4 + \alpha^3 + 1 = 0$. On considère le code binaire de Goppa $\Gamma(L, G)$ de longueur 12 avec $G(x) = (x + \alpha)(x + \alpha^{14})$ et $L = \{\alpha^i, i = 2 \cdot \dots \cdot 13\}$.

i) Écrire la forme générale de la quasi-matrice de contrôle de ce code, expliciter ses les 2 premières colonnes.

ii) Faire de même pour la matrice de contrôle de ce code.

5) Soit le code de Goppa binaire $\Gamma(L, G)$ de longueur n avec $G(x)$ à coefficients dans \mathbb{F}_{2^m} de degré s et sans racines multiples. Montrer que la distance minimale au moins $2s + 1$.

6) Dédurre les paramètres du code de la question 4.

Exercice 2.

On considère le code BCH binaire de longueur 15, correcteur de 3 erreurs.

1. Trouver le polynôme générateur $g(x)$ et les paramètres du code.

Soit le mot reçu $r(x) = x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$

2) Calculer le syndrome.

3) Écrire le système permettant de localiser les erreurs.

4) Combien y a t-il d'erreurs dans $r(x)$?

5) Calculer le polynôme localisateur.

6) Factoriser le polynôme localisateur et déterminer les positions des erreurs.

7) Retrouver le mot de code émis