



---

Documents non autorisés. Détaillez vos réponses.

---

### Exercice 1.

1) Montrer que le code BCH au sens strict de longueur  $n$  de distance prescrite  $d$  est équivalent au code

$$C = \{c \in \mathbb{F}_q^n / \sum_{i=0}^{n-1} \frac{c_i}{x - \alpha^i} \equiv 0 \text{ mod } x^{d-1}\}$$

où  $\alpha$  est une racine  $n$  ème de l'unité dans une extension du corps  $\mathbb{F}_q^n$ .

2) Quelle relation y a-t-il entre la classe des codes BCH et la classe des codes Goppa ?

3) Montrer que le code de Goppa  $\Gamma(L, G)$  de longueur  $n$  avec  $G(x)$  de degré  $s$  a pour paramètres  $[n, n - ms, \geq s + 1]$  où  $m$  est un entier à préciser.

4) Soit  $\alpha$  l'élément primitif de  $\mathbb{F}_{2^4}$  vérifiant  $\alpha^4 + \alpha^3 + 1 = 0$ . On considère le code binaire de Goppa  $\Gamma(L, G)$  de longueur 12 avec  $G(x) = (x + \alpha)(x + \alpha^{14})$  et  $L = \{\alpha^i, i = 2 \cdot \dots \cdot 13\}$ .

i) Écrire la forme générale de la quasi-matrice de contrôle de ce code, expliciter ses les 2 premières colonnes.

ii) Faire de même pour la matrice de contrôle de ce code.

5) Soit le code de Goppa binaire  $\Gamma(L, G)$  de longueur  $n$  avec  $G(x)$  à coefficients dans  $\mathbb{F}_{2^m}$  de degré  $s$  et sans racines multiples. Montrer que la distance minimale au moins  $2s + 1$ .

6) Dédire les paramètres du code de la question 4.

### Exercice 2.

On considère le code BCH binaire de longueur 15, correcteur de 3 erreurs.

1. Trouver le polynôme générateur  $g(x)$  et les paramètres du code.

Soit le mot reçu  $r(x) = x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$

2) Calculer le syndrome.

3) Écrire le système permettant de localiser les erreurs.

4) Combien y a t-il d'erreurs dans  $r(x)$  ?

5) Calculer le polynôme localisateur.

6) Factoriser le polynôme localisateur et déterminer les positions des erreurs.

7) Retrouver le mot de code émis