Documents non autorisés

Exercice 1. Soit C le code binaire linéaire de matrice de contrôle

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1) Calculer la distance minimale de C.
2) En utilisant la méthode du syndrome décoder, lorsque c'est possible, les mots reçus $y_1 = 000101$ et $y_2 = 100101$.

Exercice 2. Montrer que si un $(n, k, 2t+1)$-code binaire existe alors il existe un $(n+1, k, 2t+2)$ code binaire.

Exercice 3. Le code $Ham(2, 3)$ est-il cyclique ? Justifier.

Exercice 4. 1. Montrer, sans effectuer de division euclidienne, que dans $\mathbb{F}_3[X]$, le polynôme $g(x) = (X-1)^5$ divise le polynôme $(X^9 - 1)$.
2. Soit C le code cyclique de longueur 9 sur $\mathbb{F}_3$, engendré par le polynôme g.
   a) Quelle est la dimension de C ?
   b) Quel est le nombre de mots de C ?
3. Développer le polynôme g dans $\mathbb{F}_3[X]$, en détaillant et justifiant les calculs.
4. Pourquoi la matrice

$$G = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

est-elle une matrice génératrice du code C ?
5. Montrer que C contient un mot de poids 3.
6. Montrer que le polynôme de contrôle de C est le polynôme $h(x) = X^4 + 2X^3 + 2X + 1$. 7. Déterminer une matrice de contrôle de C.
8. Déterminer la distance minimale du code C et le nombre d'erreurs que C peut corriger.
9. Le mot $m = 121102210$ est reçu.
   a) Sous l'hypothèse d'au plus une erreur, quel est le mot de code émis ?
   b) Quel est le message envoyé, sachant qu'il est encodé par la matrice G ?