



Documents et calculatrices non autorisés.

Durée 2h

Exercice 1.

- a) Montrer que le code cyclique binaire de longueur 7 et de polynôme générateur $g(x) = 1 + x^2 + x^3$ est un code de Hamming.
b) Décoder le mot reçu $y = 1011100$.

Exercice 2.

Soit C un code linéaire binaire et auto-orthogonal.

- a) Montrer que tous les mots de C sont de poids pair.
b) On suppose que C a un ensemble de générateurs dont chacun est de poids multiple de 4. Montrer que tous mot de C est de poids multiple de 4.

Exercice 3.

Montrer qu'un code linéaire triaire est auto-orthogonal si seulement si tous ses poids sont multiples de 3.

Exercice 4.

Soit C un code linéaire sur le corps \mathbb{F}_q . Montrer que soit tous les mots de C commencent par 0 ou soit exactement $\frac{1}{q}$ de mots de C commencent par 0.

Exercice 5.

Soit C un $[n, k, d]$ -code linéaire sur le corps \mathbb{F}_q .

- a) Montrer que la somme des poids de tous les mots de C est au plus égale à $n(q-1)q^{k-1}$ (Utiliser l'exercice précédent).
b) Montrer que la distance minimale de C est au plus

$$\frac{n(q-1)q^{k-1}}{q^k - 1}$$

(Utiliser le fait que le poids minimal est inférieur à la moyenne des poids non nuls).

- c) Montrer que si $\frac{d}{n} > (q-1)/q$ alors

$$|C| \leq \frac{d}{d - \frac{q-1}{q}n}.$$
