Université Mohammed V Agdal
Faculté des Sciences
Rabat

Année 2009-10
Master CSI - S2
Théorie des codes
Session de rattrapage

Documents non autorisés — Durée 2h.

Exercice 1. *(5 pts)*
a) Déterminer tous les mots du code de Hamming $Ham(2,3)$ sur $\mathbb{F}_3$.
b) Donner une matrice génératrice de ce code.
c) Donner une matrice de contrôle de ce code.
d) Décoder le mot reçu $y = 1211$.

Exercice 2. *(5 pts)*
Soit C un code linéaire sur $\mathbb{F}_q$. Montrer que, soit tous les mots de C commencent par 0, soit exactement $\frac{1}{q}$ mots de C commencent par 0. (Considérer d'abord le cas $q = 2$).

Exercice 3. *(3 pts)*
1) Construire tous les codes cycliques de longueur 7 sur $\mathbb{F}_2$.
2) Donner une matrice génératrice du code cyclique C de polynôme générateur $g(x) = x^3+x^2+x+1$ sur $\mathbb{F}_2$.
3) coder le mot 1011 dans C.

Exercice 4. *(3 pts)*
Montrer que si il existe un $(90, 2^{78}, 5)$-code linéaire sur $\mathbb{F}_2$, alors ce code est parfait. Montrer qu'un tel code n'existe pas.

Exercice 5. *(4 pts)*
Donner la définition de codes BCH. Donner un exemple détaillé d'un tel code en explicitant ses paramètres.

Solution

exercice 1 Mots du code $Ham(4,2)$: (0, 0, 0, 0) (1, 0, 1, 2) (2, 0, 2, 1) (0, 1, 1, 1) (1, 1, 2, 0) (2, 1, 0, 2) (0, 2, 2, 2) (1, 2, 0, 1) (2, 2, 1, 0)

Matrices génératrices $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ Matrice de contrôle $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

syndrome transpose	coset leader
00	0000
01	0001
02	0002
10	1000
11	0100
12	0002
20	2000
21	0010
22	0200

$c = y - e = (1,2,1,1) - (0,0,1,0) = (1,2,0,1)$.

Exercice 3

1) $x^7 - 1 = (x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)(x + 1)$.

2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) on divise par g : $c = x^6 + x^5 + x^3 + 1$