Exercice 1. *(6 pts)* Soit C le code linéaire binaire dont une matrice vérificatrice est

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Quels sont les paramètres (longueur, dimension, distance) de C ?
2. Écrire une matrice génératrice de C.
3. Décoder le mot 0011101, en supposant qu'au plus un bit est faux.
4. Parmi les mots $r_1 = 0000111$ et $r_2 = 0000001$, lesquels peut-on décoder en sachant qu'il y a au plus 2 bits erronés ?
5. Parmi les mots $t_1 =$??00111, $t_2 =$????000 et $t_3 =$ 0?0?0?0 ayant subi des effacements, les autres bits étant exacts, lesquels peuvent être décodés ?
6. Le code C est-il MDS ? Est-il t-correcteur parfait pour un certain entier ?
7. Quels sont les paramètre (longueur, dimension, distance) du sous-code pair de C ? De l'orthogonal de C ? Du code étendu de C ?
8. Soit G le groupe des automorphismes de C, c'est-à-dire le sous-groupe de S_7 formé des permutations σ telles que $x \in C$ implique $\sigma c \in C$.

a) Montrer qu'il existe une composante i telle que, pour tout $\sigma \in G$, $\sigma(i) = i$. En déduire que le code C n'est pas cyclique.

b) Déterminer les sous-groupes de G laissant fixe chaque élément de G. c) Trouver un élément d?ordre 4 de G.

———————————————