UNIVERSITÉ MOHAMMED V AGDAL
FACULTÉ DES SCIENCES
Laboratoire de Mathématiques,
Informatique et Applications

Année 2008-09
Master CSI
Théorie des codes
Contrôle Final

Exercice 1.
Montrer que s'il existe un (n, M, d)-code binaire alors il existe un $(n-1, M', d)$-code binaire avec $M' \geq \frac{M}{2}$.

Exercice 2.
Si d est un entier impair, montrer qu'un (n, M, d)-code binaire existe si et seulement si un $(n+1, M, d+1)$-code binaire existe.

Exercice 3.
Trouver la distance minimale du $[10, 8]$-code linéaire C sur $\mathbb{F}_{11}$ de matrice de contrôle

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Exercice 4.
Montrer que le code ISBN est linéaire et trouver une matrice génératrice de ce code.

Exercice 5.
Soit $g(x)$ le polynôme générateur d'un code cyclique sur $\mathbb{F}_q$ et de longueur n. Montrer que si n et q sont premiers entre eux alors $11\cdots1$ (n uns) est un mot du code si et seulement si $g(1) \neq 0$.

Exercice 6.

Soit la matrice

$$G''(1,1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour $m \geq 2$, on défini récursivement

$$G'(1,m) = \begin{pmatrix} G''(1,m-1) & G''(1,m-1) \\ 00\cdots0 & 11\cdots1 \end{pmatrix}$$

et $G''(1,m)$ la matrice obtenue de $G'(1,m)$ en déplacant la dernière ligne et en la plaçant comme ligne deux, et les autres lignes sont décalées vers le bas.
a) Montrer que la matrice $G''(1,1)$ est une matrice génératrice du code de Reed-Muller $\mathcal{RM}(1,1)$.
b) Trouvez les matrices $G'(1,2)$, $G''(1,2)$, $G'(1,3)$ et $G''(1,3)$.
c) Que remarquez vous sur les colonnes des matrices obtenues de $G''(1,2)$ et $G''(1,3)$ en supprimant la première ligne et la première colonne ?
d) En utilisant la récurence et la question a) montrez que $G''(1,m)$ est une matrice génératrice de $\mathcal{RM}(1,m)$.