UNIVERSITÉ MOHAMMED V AGDAL
FACULTÉ DES SCIENCES
LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES,
INFORMATIQUE ET APPLICATIONS

Année 2009-10
Master CSI
Théorie des codes
Contrôle continu 1

Documents et calculatrices non autorisés. Durée 1h 30 27 avril 2010.

Exercice 1. Soit A un alphabet, $x = x_1 \cdots x_n \in A^n$, $y = y_1 \cdots y_m \in A^m$ et $(x|y) = x_1 \cdots x_n y_1 \cdots y_m$. Si C_1 est un (n, M_1, d_1)-code et C_2 un (m, M_2, d_2)-code, soit $C_3 = \{(x|y)|x \in C_1, y \in C_2\}$. Montrer que C_3 est un $(n+m, M_1M_2, d)$ code. Préciser d ?

Exercice 2. Soit C le $[n, k, d]$-code binaire de matrice de contrôle

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) calculer n, k, d, et $|C|$.
b) Trouver une matrice génératrice de C. Calculer $d^\perp = d(C^\perp)$?
c) Montrer que $C^\perp \subset C$.
d) Calculer les représentants ainsi que leur syndromes.
e) Décoder les vecteurs: i) 1110101; ii) 1110011.

Exercice 3. a) Écrire une matrice de contrôle du code de Hamming $Ham(4, 2)$ où les colonnes sont dans l'ordre lexique.
b) Décoder le vecteur 00000 11111 11111;

Exercice 4. Soit C un code binaire linéaire de matrice génératrice G. Si les lignes de G sont orthogonales 2 à 2 et sont de poids divisibles par 4, montrer que C est auto-orthogonal et que le poids de tout mot de C est multiple de 4.